

Splošna matura osnovna raven 9. junij 2018

1/23

1. V spodnji preglednici so dane izjave.

Ugotovite njihove logične vrednosti in

v naslednji vrednost izjave obkrožite 1,

če je izjava resnična (pravilna) ali 0,

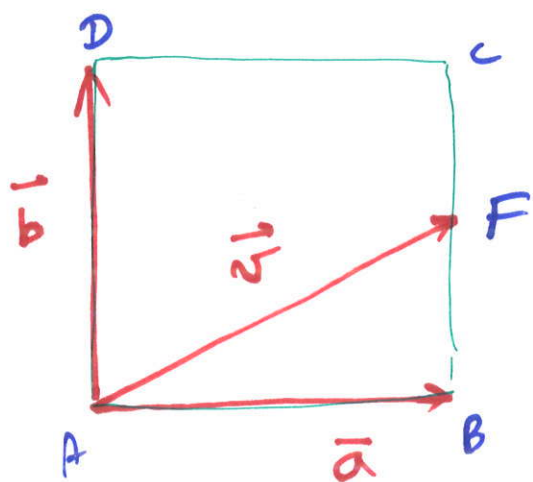
če je izjava neresnična (nepravilna)

Glejte rešeni primer v prvi vrstici.

izjava	Vrednost izjave	
Za vsak $a \in \mathbb{R}$ velja $(-a)^3 = a^3$	1	0
Števila 8 in 15 sta tuji števila	1	0
Število $(2^{10} + 2^{11})$ je večkratnik števila 3	1	0
za vsak $a \in \mathbb{R}$ velja $ a = a$	1	0
$i^{2018} = 1$	1	0
za poljubna števila $a, b \in \mathbb{R}$ velja $(a+b)^3 = a^3 + b^3$	1	0
Obstajata števila $a, b \in \mathbb{R}$, da velja $(a+b)^3 = a^3 + b^3$	1	0

6 točk

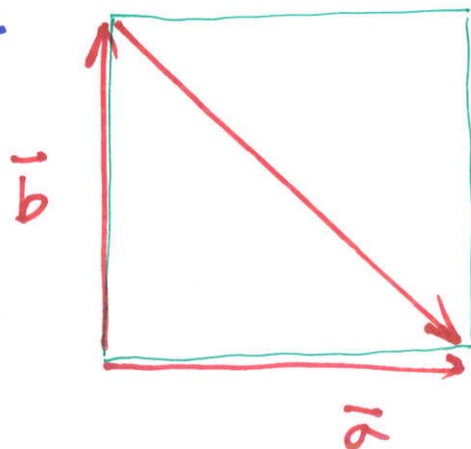
2. Na vsaki od spodnjih slik so 2/23
 paralelogrami ABCD ter vektorja
 $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{v}$. E, F in G so
 razpolovišča stranic, točka S pa
 presečišče diagonal. Pod vsakim
 paralelogramom zapišite vektor $\vec{v}$
 kot linearno kombinacijo vektorjev
 $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Glejte rešeni primer.



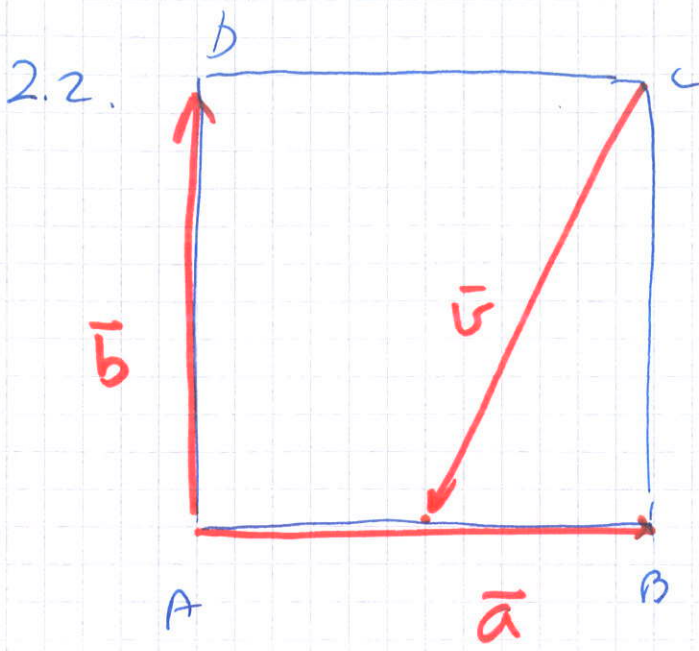
$$\vec{v} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}$$

Rešitve:

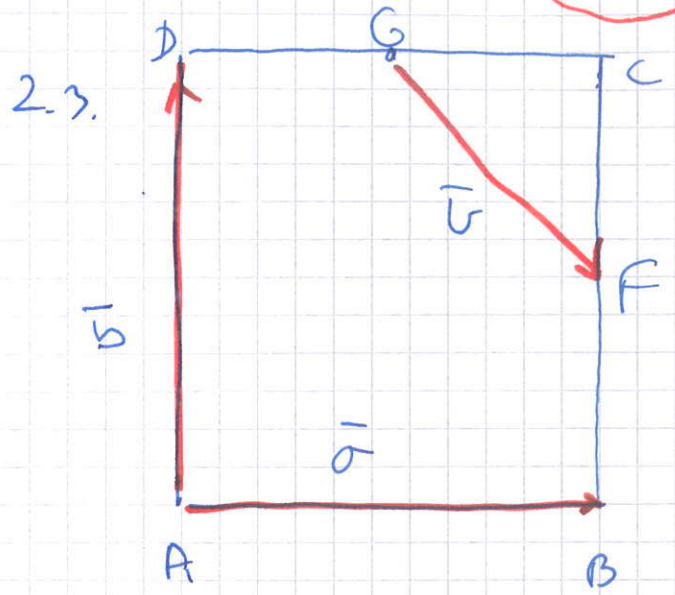
2.1.



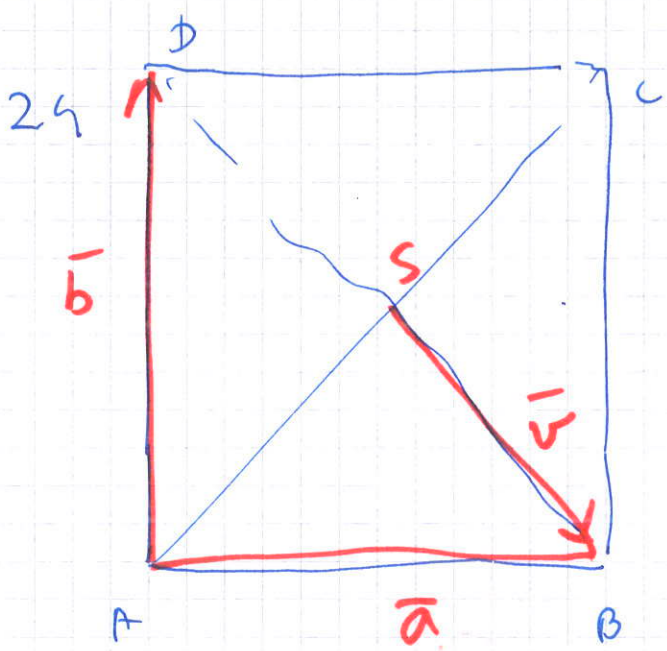
$$\vec{v} = \vec{a} - \vec{b}$$



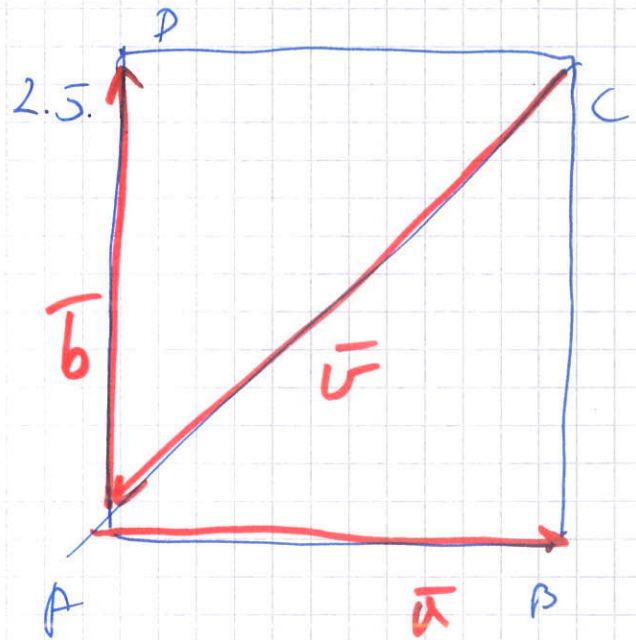
$$\vec{u} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$$



$$\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$$



$$\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$$



$$\vec{u} = -\vec{a} - \vec{b}$$

3. Dano je aritmetično zaporedje

4/23

$$11, \frac{47}{4}; \frac{25}{2} \quad | \text{zračunajte } n\text{-tíni členu}$$

Člen in vsoto prvih n -tíh členov tega zaporedja. Koliko členov tega

zaporedja je manjših od 100?

Zapišite odgovore

(7 točk)

Rešitev:

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = d$$

$$\frac{47}{4} - 11 = \frac{25}{2} - \frac{47}{4} = d$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} = d$$

$$a_1 = 11$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 11 + (n-1) \frac{3}{4}$$

$$a_n = 11 + \frac{3}{4}n - \frac{3}{4}$$

$$a_n = \frac{41}{4} + \frac{3}{4}n$$

$$a_{13} = \frac{41}{4} + \frac{3}{4} \cdot 13$$

$$a_{13} = 20$$

5/23

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{13} = \frac{13}{2} (2 \cdot 11 + (13-1) \cdot \frac{3}{4})$$

$$S_{13} = \frac{13}{2} (22 + 9)$$

$$S_{13} = \frac{13}{2} \cdot 31$$

$$S_{13} = 201,5$$

$$a_n < 1000$$

$$\frac{41}{n} + \frac{3}{4}n < 1000 \quad / \cdot 4$$

$$41 + 3n < 4000$$

$$3n < 3959 \quad / : 3$$

$$n < 1319,62$$

$$n \leq 1319$$

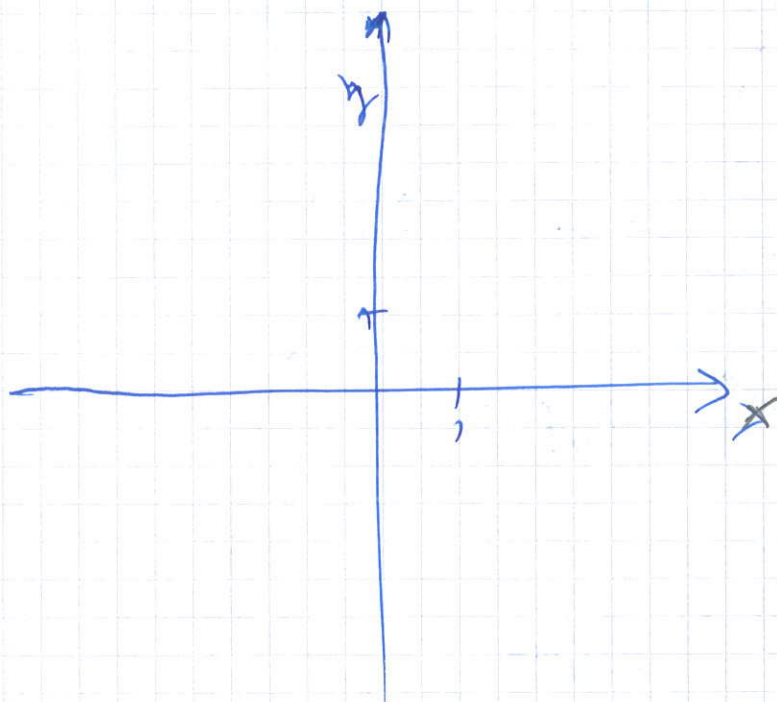
Prvih 1319 členov tega zaporedja
je manjših od 1000.

$$a_{1319} = 999,5$$

$$a_{1320} = 1000,25$$

4. Dána je funkce f o předpisem $f(x) = \frac{2}{x}$

4.1. Napište graf funkce f .

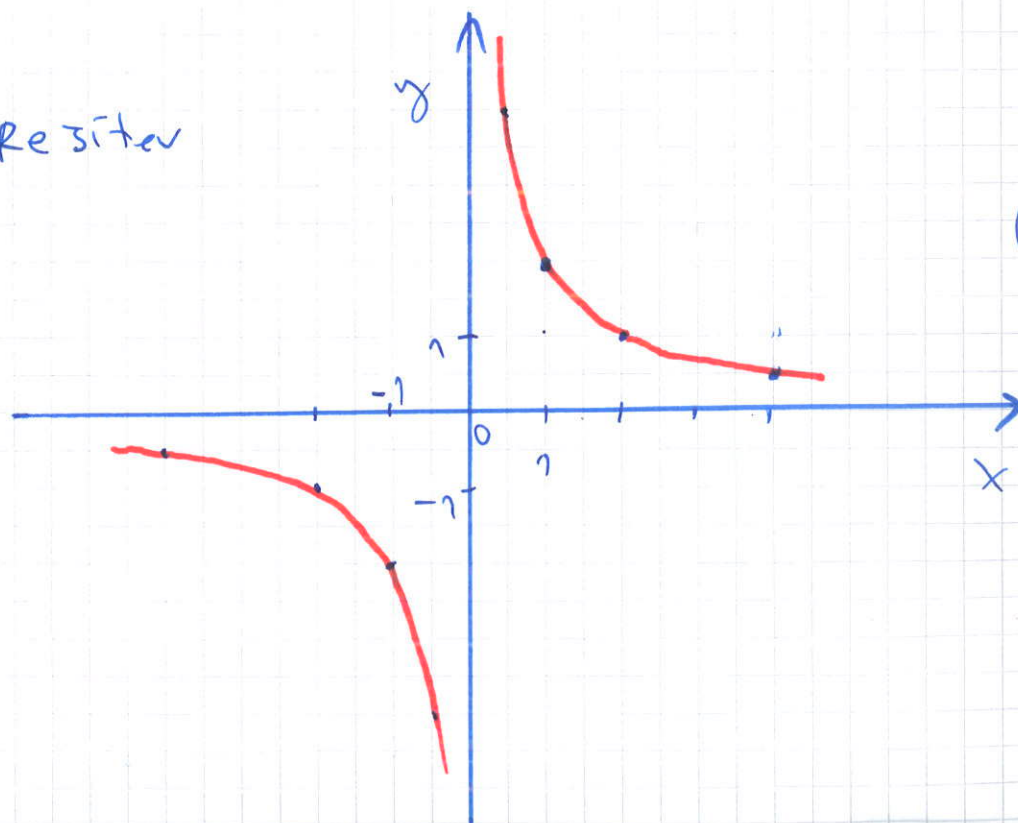


(2)

4.2. Zapište rovnici tečny na graf funkce f v bodě s abscisou $x_0 = \frac{1}{2}$

(4)

Rešitel



(6 bodů)

$$y = 2x^{-1} = \frac{2}{x}$$

$$y_0 = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

7/23

$$y' = 2(-1)x^{-2}$$

$$A\left(\frac{1}{2}, 4\right)$$

$$y' = -\frac{2}{x^2}$$

$$k_t = -\frac{2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\frac{2}{\frac{1}{4}} = -8$$

$$y - y_0 = k_t(x - x_0)$$

$$y - 4 = -8\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y - 4 = -8x + 4$$

$$y = -8x + 8$$

5. Naj bo $M_{20} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$

5.1. Iz množice M_{20} naključno izberemo eno število. Izračunajte verjetnost dogodka

A - izbrani sum števil ki je deljiv s 3.

B - izbrani sum števil, ki je deljiv z 2 in 3.
(4)

5.2. Iz množice M_{20} izberemo 2 dve števili. Izračunajte verjetnost dogodka

C - vsaj eno od izbranih števil je deljivo s 3
(3)

(7 točk)

9/23

Rešitev:

Število deljivih s 3 $\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

Število deljivih z 2 in s 3 $\{6, 12, 18\}$

$$5.1. \quad P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{6}{1}}{\binom{20}{1}} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$P(B) = \frac{m}{n} = \frac{\binom{3}{1}}{\binom{20}{1}} = \frac{3}{20} = 0,15$$

5.2.

$$P(\text{vsaj } E_{NO}) = 1 - P(\text{Niti eno})$$

$$P(C) = 1 - \frac{\binom{14}{2}}{\binom{20}{2}} = 1 - \frac{91}{190}$$

$$P(C) = \frac{99}{190}$$

6. Dano sú polynomy p in q s

10/23

predpisom $p(x) = x^3 + 2x$ in

$q(x) = -2x^2 - 1$. Rešite eničku

$p(x) = q(x)$ v množine komplexných

čísel. Dokažite, že ich vždy

rešiteľ eničku

$$p(x) = q(x)$$

absolútnu hodnotu 1.

(7 bodov)

Rešenie:

$$x^3 + 2x = -2x^2 - 1$$

$$x^3 + 2x^2 + 2x + 1 = 0$$

	1	2	2	1
-1		-1	-1	-1
	1	1	1	0

$$x_1 = -1$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{-3} = i\sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} =$$

11/23

$$x_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x_3 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|x_1| = |-1| = 1$$

$$|x_2| = \left| -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{1}$$

$$|x_2| = 1$$

$$|x_3| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$|x_3| = 1$$

7. Izrazi v levem stolpcu preglednice predstavljajo funkcijske predpise. Na desni strani so črke od A do L. Označen izraz bi tudi predstavljajo funkcijske predpise. V desnem stolpcu preglednice vpišite črko tako da bo v vsaki vrstici preglednice ustrezen funkciji enota. Glejte rešeno primer

$\cos(-x)$	F
$\cos(2x)$	D
$\tan x$	C
$\frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$	I
$(\sin x + \cos x)^2 - 1$	A
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	G
$\sin(2\pi - x)$	H

A	$\sin(2x)$
B	$\frac{\cos x}{\sin x}$
C	$\frac{\sin x}{\cos x}$
D	$\cos^2 x - \sin^2 x$
E	$-\cos x$
F	$\cos x$
G	$\sin x$
H	$-\sin x$
I	$\tan x + \cot x$
J	1
K	0
L	$\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$

8. Dan je pravokotnik ABCD z oglišči. 13/23

$$A(-3, -2) \quad B(3, -2) \quad C(3, 2)$$

$$\text{in } D(-3, 2).$$

8.1. Zapišite enačbo elipse v središčni.

legi, ki je vrtoma v pravokotnik
ABCD in se dotika vseh stranic
njegovih stran. (3)

8.2. Zapišite enačbo hiperbole v
središčni legi, ki ima tene v točki.

$T(0, 2)$, njene ašimptote pa sta
nosilki diagonale pravokotnika ABCD.
(2)

8.3. Zapišite enačbo krožnice, ki ima
središče v točki C in poteka skozi
točko A (3)

(8 točk)

Re 5 iter:

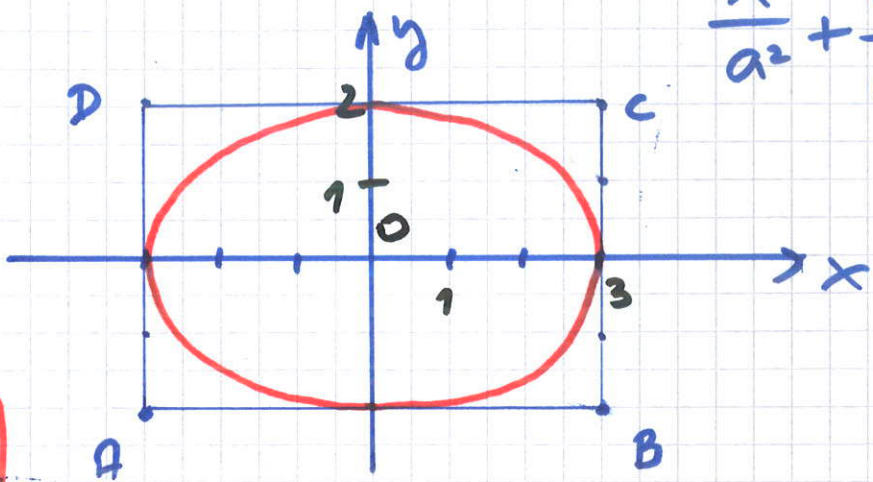
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

8.1.

$$a=3$$

$$b=2$$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

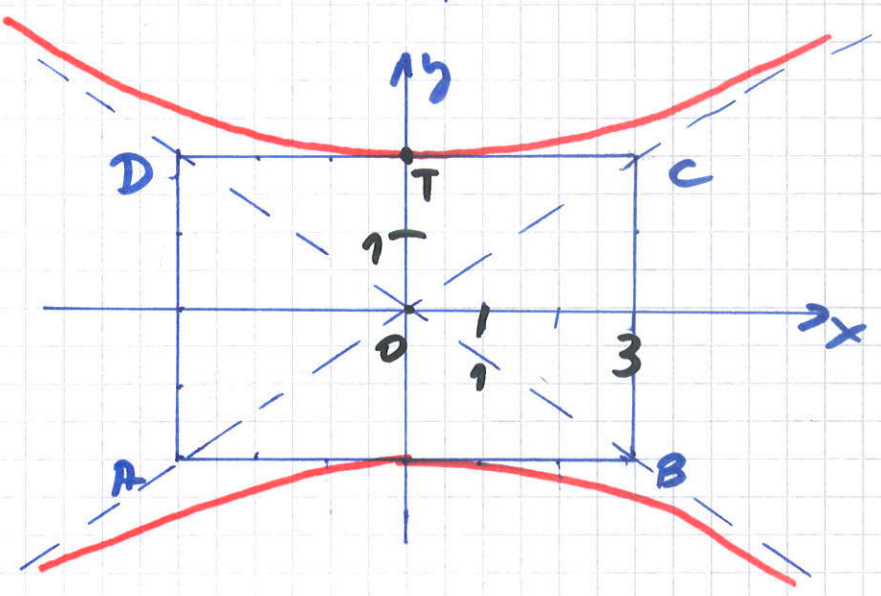


8.2.

$$a=3$$

$$b=2$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$$



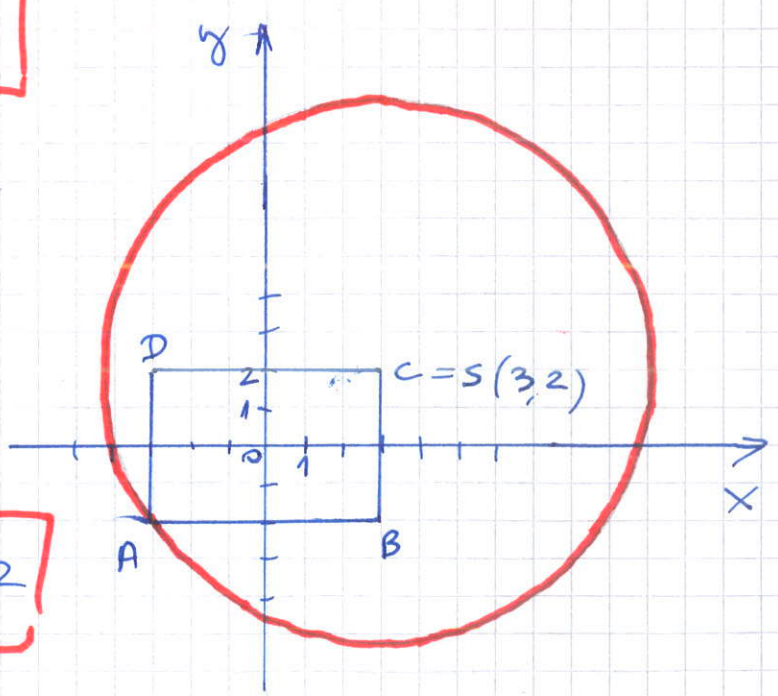
$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1$$

8.3. S(3,2)

$$r^2 = 6^2 + 4^2 = 52$$

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

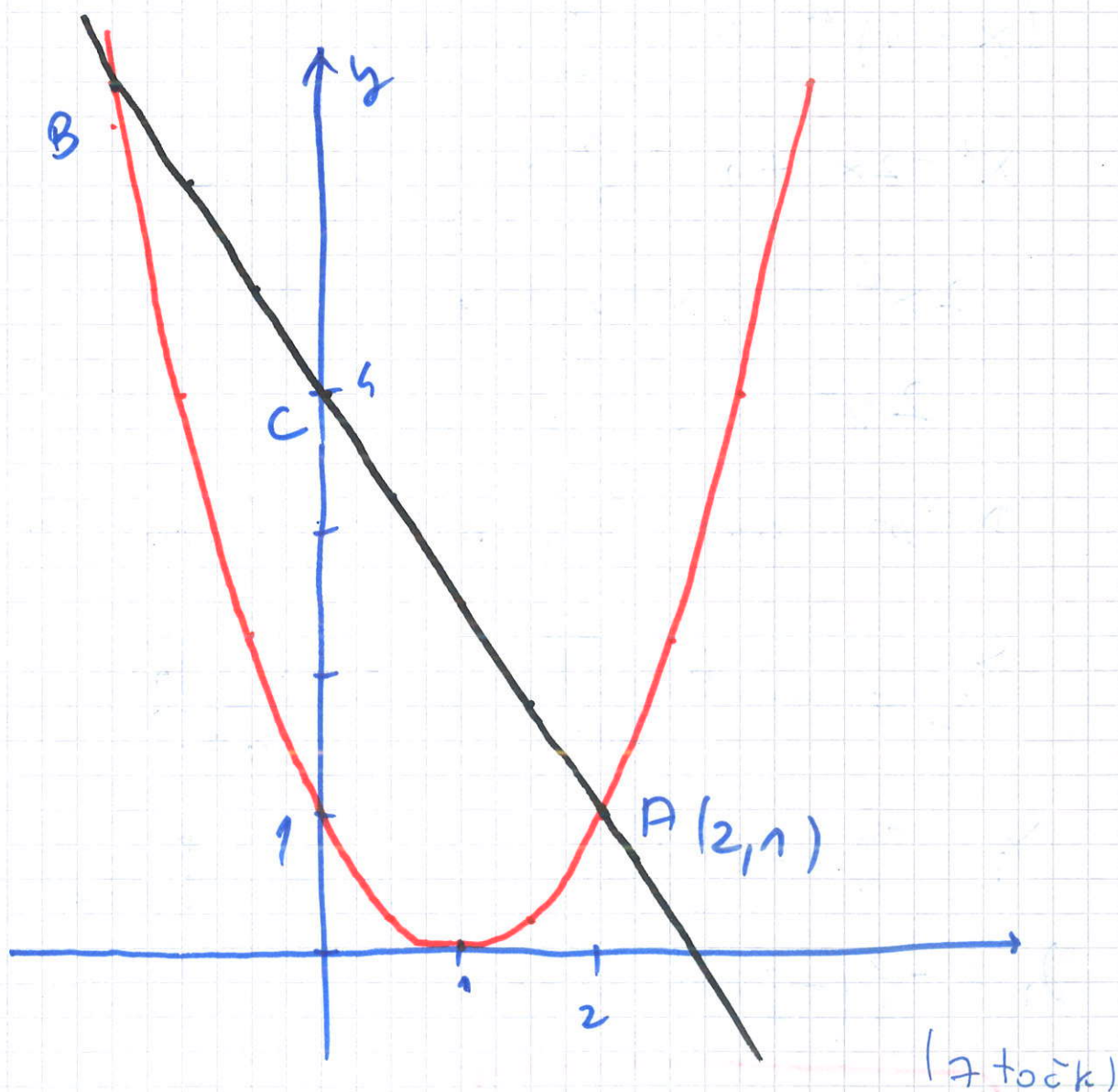
$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 52$$



grafikā

9. Klamen je paskūšal poiskot presecišu
 premice in parabole, vendar muto hi
 uspelo, saj presecišu B n. mølge
 natančus odcītati (glejte shē). Zapišite
 enoabi premice in parabole no shē:
 ter izračunajte koordinat. točke B.

Točko B zapišite



Resiter:

$$A(2, 1)$$

$$C(0, 4)$$

$$k = \frac{y_c - y_A}{x_c - x_A} = \frac{4 - 1}{0 - 2} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$y - y_A = k(x - x_A)$$

$$y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 2)$$

Parabola

$$y - 1 = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$y = (x - 1)^2$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 4$$

Premiere

$$(x - 1)^2 = -\frac{3}{2}x + 4$$

$$x^2 - 2x + 1 + \frac{3}{2}x - 4 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$2x^2 - 4x + 2 + 3x - 8 = 0$$

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49$$

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$$

$$x_2 = \frac{8}{4} = 2$$

$$y_1 = -\frac{3}{2} \left(-\frac{3}{2} \right) + 4 = \frac{25}{4}$$

$$B \left(-\frac{3}{2}; \frac{25}{4} \right)$$

17/23

10. Na slici je graf logaritamske funkcije

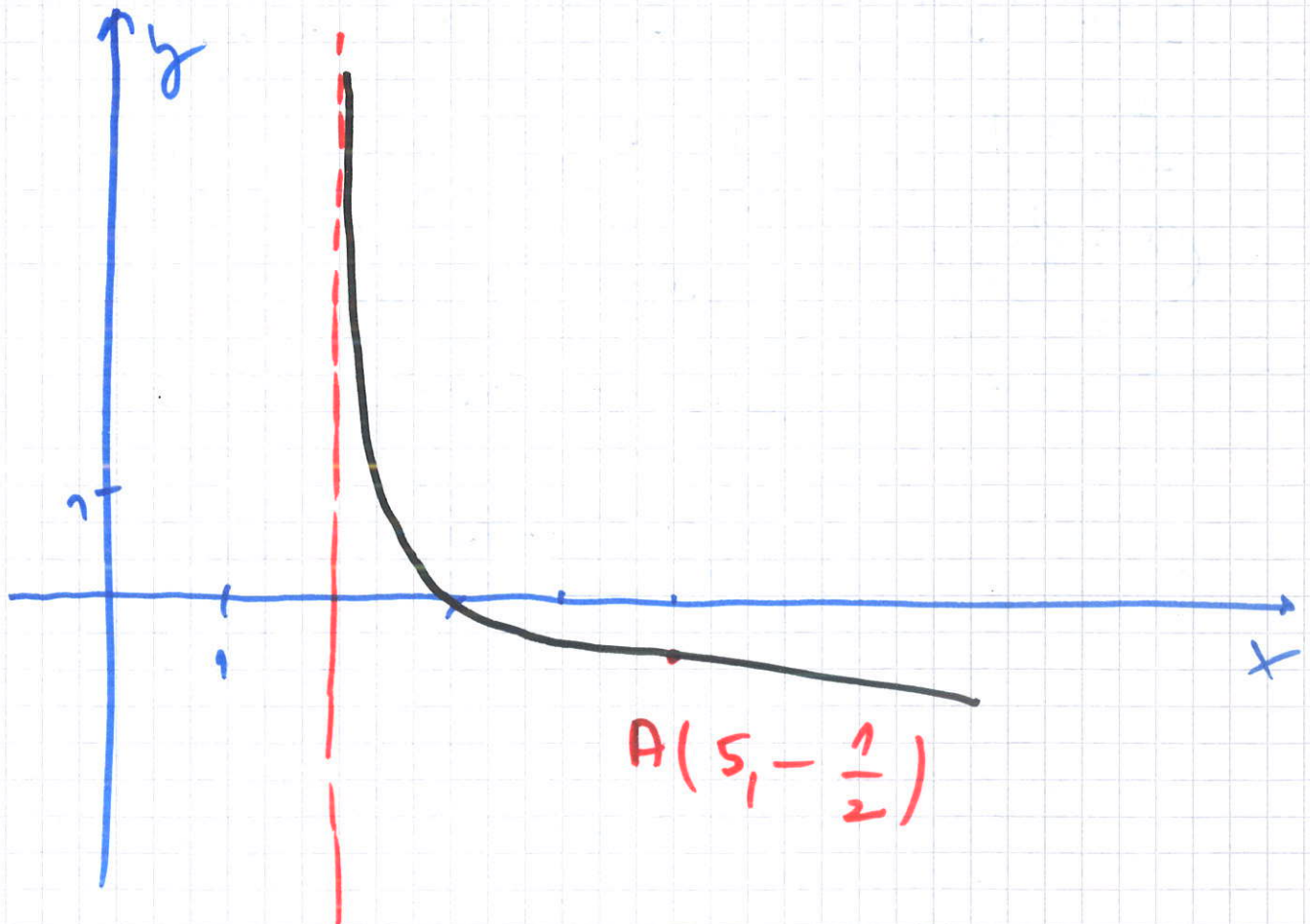
f s predpisom $f(x) = a \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x+b)$,
njegov horizontalni asimptot je $y = -\frac{5}{2}$

$x = 2$ i ta točka A leži na grafu
funkcije f . Pišite realni brojeve

a i b te izračunajte, za

kateri $x \in \mathbb{R}$ je vrednost funkcije

f broja $-\frac{5}{2}$ (6 bodova)



Resiter: nicht $x=3$

18/23

$$f(3)=0$$

$$a \cdot \log_{\frac{1}{3}}(3+b) = 0$$

$$f(5) = -\frac{1}{2}$$

$$a \cdot \log_{\frac{1}{3}}(x-2) = y$$

$$a \cdot \log_{\frac{1}{3}}(5-2) = -\frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 3 = -\frac{1}{2a}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2a}} = 3$$

$$3^{\frac{1}{2a}} = 3^1$$

$$\frac{1}{2a} = 1$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(3+b) = 0$$

$$3+b=1$$

$$b=1-3$$

$$b = -2$$

$$y = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

$$-\frac{5}{2} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}}(x-2) \quad | \cdot 2$$

$$-5 = \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-5} = x-2$$

$$3^5 = x-2$$

$$243 = x-2$$

$$x = 245$$

11. Na sliki je graf zvešne funkcije f ,
ki ima notranjo tri male $x_1 = 0$

$$x_2 = 2 \text{ in } x_3 = 5. \text{ Ploščino}$$

območja, ki ga omejuje graf
funkcije f in abscisa od no

intervalu $[0, 2]$, je $S_1 = 1,3$.

Ploščino območja, ki ga omejuje

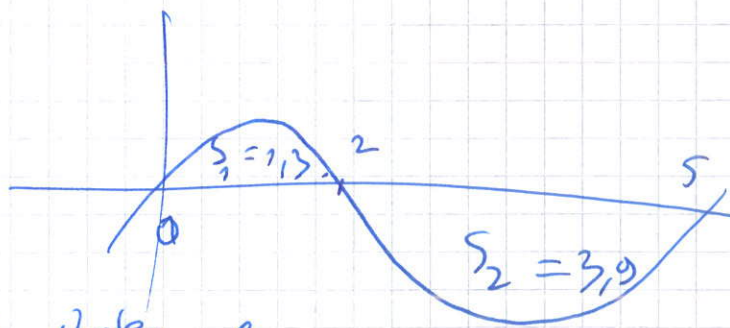
graf funkcije f in abscisa od

no intervalu $[2, 5]$ je $S_2 = 3,9$.

(glejte sliko)

S slike preberite da

izračunate določene integrale:



$$\int_0^2 f(x) dx = 1,3$$

$$\int_2^5 f(x) dx = -3,9$$

$$\int_0^5 f(x) dx = -2,6$$

$$\int_0^2 4f(x) dx = 5,2$$

$$\int_2^5 (f(x) + 2x^2) dx = 74,1$$

$$\int_1^2 f(x-1) dx = 1,3$$

29/23

$$\int_2^5 (f(x) + 2x^2) dx = \int_2^5 f(x) dx + 2 \int_2^5 x^2 dx =$$

$$= -3,9 + 2 \frac{x^3}{3} \Big|_2^5 =$$

$$= -3,9 + \frac{2}{3} (5^3 - 2^3) =$$

$$= -3,9 + \frac{2}{3} (125 - 8) =$$

$$= -3,9 + 78 = 74,1$$

12. Kurilno olje je mogoče naročiti v trgovini A ali v trgovini B. Določena je fiksna tudi prevoz. Cene za liter olja in za prevoz so podane v spodnji preglednici. Cena prevoza je v obeh trgovinah neodvisna od količine kupljenega olja in razdalje.

	Trgovina A	Trgovina B
cena za liter olja	0,811 €	0,795 €
cena prevoza	36 €	51 €

12.1. Jure ima posodo za kurilno olje v obliki kvadra. Široka je 8 dm, dolga 17 dm in visoka 12,5 dm.

Jure je izmeril, da olje v posodi sega do višine 3 dm. Dokupil bi tolik olja, da bi posoda polna do vrha.

V kateri od trgovin A ali B bi Jure kupil kurilno olje, da bi za to olje

§ Prevozom plače manj? Koliko bo plače?

Zapišite odgovor. (5)

12.2. Pri kateri količini olja bo za olje in prevoz skupaj plače v obliki tujemskih evrov? V kateri trgovini bo skupaj olja cenejši za vožnjo in v kateri za največje količine olja? (2)

(7 točk)

Rešitev:

$$12.1. \quad a = 8 \text{ dm}$$

$$b = 17 \text{ dm}$$

$$c_1 = 12,5 \text{ dm}$$

$$c_2 = 3 \text{ dm}$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V_1 = a \cdot b \cdot c_1 =$$

$$= 8 \cdot 17 \cdot 12,5$$

$$V_1 = 1700 \text{ dm}^3 = 1700 \text{ l}$$

$$V_2 = a \cdot b \cdot c_2 = 8 \cdot 17 \cdot 3$$

$$V_2 = 408 \text{ dm}^3 = 408 \text{ l}$$

$$V = V_1 - V_2 = 1700 \text{ l} - 408 \text{ l} = 1292 \text{ l}$$

$$V = 1292 \text{ e}$$

23/23

$$C_A = 0,811 \cdot 1292 + 36 = 1083,812 \text{ €}$$

$$C_B = 0,795 \cdot 1292 + 51 = 1078,14 \text{ €}$$

$$C_B < C_A$$

kupil bi olje v trgovini B in
za olje skupaj s prevozom bi
plačal 1078,14 evrov.

$$12.2. \quad 0,811 \cdot x + 36 = 0,795 \cdot x + 51$$

$$0,811x - 0,795x = 51 - 36$$

$$0,016x = 15 \quad / : 0,016$$

$$x = \frac{15}{0,016}$$

$$x = 937,5$$

Pri nakupu pod 937,5 litrov olja
cenejši je trgovina A. Pri nakupu
nad 937,5 litrov cenejši je
trgovina B.